PART3　円の接線

例題

(1)　円 $x^2+y^2=25$ 上の点 $(3,\ 4)$ における接線の方程式を求めよ。

(2)　点 $(2,\ -1)$ から円 $x^2+y^2=4$ に引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　円 $x^2+y^2=20$ 上の点 $(-2,\ -4)$ における接線の方程式を求めよ。

(2)　点 $(1,\ 5)$ から円 $x^2+y^2=13$ に引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

第 6 講　PART3 確認問題

1　円 $x^2+y^2=45$ 上の点 $(6,\ -3)$ における接線の方程式を求めよ。

$\boxed{ア}x-y=\boxed{イウ}$

2　点 $(2,\ 4)$ から円 $x^2+y^2=10$ に引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

接線　$\boxed{エ}x+y=\boxed{オカ}$

$x-\boxed{キ}y=-\boxed{オカ}$

接点　$(\boxed{ク},\ \boxed{ケ})$，$(\boxed{コサ},\ \boxed{シ})$

PART3　円の接線

例題

(1) 円 $x^2+y^2=25$ 上の点 $(3,\ 4)$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 点 $(2,\ -1)$ から円 $x^2+y^2=4$ に引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

(1) $3\cdot x+4\cdot y=25$　すなわち　$3x+4y=25$

(2) 接点を $P(x_1,\ y_1)$ とおくと，点 P における接線の方程式は

$$x_1x+y_1y=4 \cdots\cdots ①$$

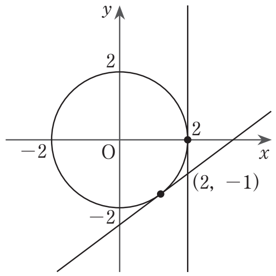
この直線が点 $(2,\ -1)$ を通るので，$2x_1-y_1=4$　すなわち，$y_1=2x_1-4 \cdots\cdots ②$

また，点 P は円上の点であるから　$x_1{}^2+y_1{}^2=4 \cdots\cdots ③$

②を③に代入して整理すると

$$5x_1{}^2-16x_1+12=0 \qquad (5x_1-6)(x_1-2)=0 \qquad \text{よって}\quad x_1=\frac{6}{5},\ 2$$

②より，$x_1=\dfrac{6}{5}$ のとき $y_1=-\dfrac{8}{5}$　　$x_1=2$ のとき $y_1=0$



したがって①から，求める接線の方程式は

$$\frac{6}{5}x-\frac{8}{5}y=4,\ 2x=4$$

すなわち，$3x-4y=10$，$x=2$

また，接点の座標は $\left(\dfrac{6}{5},\ -\dfrac{8}{5}\right)$，$(2,\ 0)$

練習

(1)　円 $x^2+y^2=20$ 上の点 $(-2,\ -4)$ における接線の方程式を求めよ。

(2)　点 $(1,\ 5)$ から円 $x^2+y^2=13$ に引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

(1)　$(-2)\cdot x+(-4)\cdot y=20$　すなわち　$x+2y=-10$

(2)　接点を $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$ とおくと，点 P における接線の方程式は

$$x_1x+y_1y=13 \cdots\cdots ①$$

この直線が点 $(1,\ 5)$ を通るので，$x_1+5y_1=13$　すなわち，$x_1=-5y_1+13 \cdots\cdots ②$

また，点 P は円上の点であるから　$x_1{}^2+y_1{}^2=13 \cdots\cdots ③$

②を③に代入して整理すると

$$y_1{}^2-5y_1+6=0 \qquad \text{よって} \quad y_1=2,\ 3$$

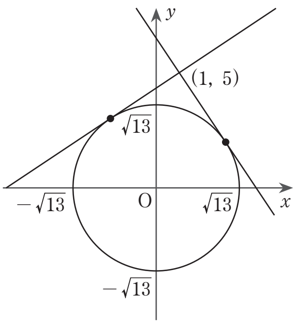
②より，$y_1=2$ のとき $x_1=3$　　$y_1=3$ のとき $x_1=-2$

したがって①から，求める接線の方程式は

$$3x+2y=13,\ -2x+3y=13$$

すなわち　$3x+2y=13$，$2x-3y=-13$

また，接点の座標は $(3,\ 2)$，$(-2,\ 3)$



第 6 講　PART3 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：2，イウ：15

[解説]

円 $x^2+y^2=45$ 上の点 $(6,\ -3)$ における接線の方程式は

$$6\cdot x+(-3)\cdot y=45$$ [A]

すなわち

$$\boldsymbol{2x-y=15}$$

[A]　円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は
$x_1x+y_1y=r^2$

2

[正解] エ：3，オカ：10，キ：3，ク：3，ケ：1，

コサ：−1，シ：3

[解説]

接点を $P(x_1,\ y_1)$ とおくと，点Pにおける接線の方程式は

$$x_1x+y_1y=10 \quad \cdots\cdots①$$ [B] [C]

この直線が点 $(2,\ 4)$ を通るので

$$2x_1+4y_1=10$$ [C]

$$x_1+2y_1=5$$

すなわち

$$x_1=-2y_1+5 \quad \cdots\cdots②$$

また，点Pは円上の点であるから

$$x_1^2+y_1^2=10 \quad \cdots\cdots③$$ [C]

②を③に代入して

$$(-2y_1+5)^2+y_1^2=10$$

$$5y_1^2-20y_1+15=0$$

$$y_1^2-4y_1+3=0$$

$$(y_1-1)(y_1-3)=0$$

よって　$y_1=1,\ 3$

②より

$y_1=1$ のとき $x_1=3$ [C]

$y_1=3$ のとき $x_1=-1$

したがって①から，求める接線の方程式は

$$3x+y=10$$

$$-x+3y=10$$

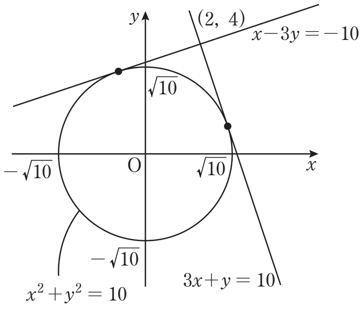
すなわち

$$\mathbf{3x+y=10,}$$

$$\mathbf{x-3y=-10}$$

また，接点の座標は

(3, 1)，(−1, 3)



[B]　円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は
$x_1x+y_1y=r^2$

[C]　円外の点から引いた接線の方程式

① 接点Pの座標を $(x_1,\ y_1)$ とおき，点Pにおける接線の方程式を求める。
② ①の方程式に，接線が通る円外の点の座標を代入する。
③ 点Pは円上の点であることから，点Pの座標を円の方程式に代入する。
④ ②と③を連立方程式として解き，x_1，y_1 を求め，①の方程式に代入して接線の方程式を求める。